

# DETERMINAREA FRECVENȚELOR DE REZONANȚĂ ALE MICROGRINZILOR MEMS CU GEOMETRIE COMPLEXĂ PRIN CALCUL ANALITIC ȘI NUMERIC

DRAGOMIRESCU Vladuț<sup>1</sup>, MITRICĂ Ioana<sup>2</sup> și SUCEVEANU Stefan<sup>1</sup>

Conducători științifici: Prof. dr. ing. Adriana SANDU și Prof. dr. ing. Georgeta IONAȘCU

**REZUMAT:** În lucrare se determină frecvențele de rezonanță și modurile proprii de vibrație ale unor microgrinzi MEMS în consolă, cu geometrie complexă ( în formă T/cu paletă). Pentru determinarea frecvenței fundamentale a microgrinzilor omogene (din siliciu) se propune o metodă de calcul analitic, cu utilizarea metodei Mohr-Maxwell de calcul al deplasărilor. Metoda de calcul propusă este apoi adaptată pentru microgrinzi de același tip, dar cu secțiune neomogenă pe tronsonul cu lățime mai mare. Validarea metodei de calcul s-a realizat prin simulare numerică, folosind metoda elementelor finite.

## 1.INTRODUCERE

Sistemele Micro-Electro-Mecanice (MEMS) reprezintă combinarea componentelor mecanice și electrice într-un singur strat micronic din siliciu. Unul din avantajele acestor sisteme este că pot simți, controla și acționa la scară micro, generând efecte la scară macro.

Senzorii MEMS au aplicații multiple în diverse domenii. În domeniul auto: senzori de navigație, senzori pentru airbag; în domeniul medical: senzor de tensiune arterială, proteze; în domeniul electronic: capete de imprimantă cu jet de cerneală, senzori seismici; în domeniul comunicațiilor: componente rețea fibră optică, splittere și cuploare.

În structura senzorilor MEMS, se întâlnesc frecvent microgrinzi în consolă [Fig.1] ele fiind cele mai simple elemente sensibile rezonante, cu aplicații în domeniul microscopiei de forță atomică (AFM).

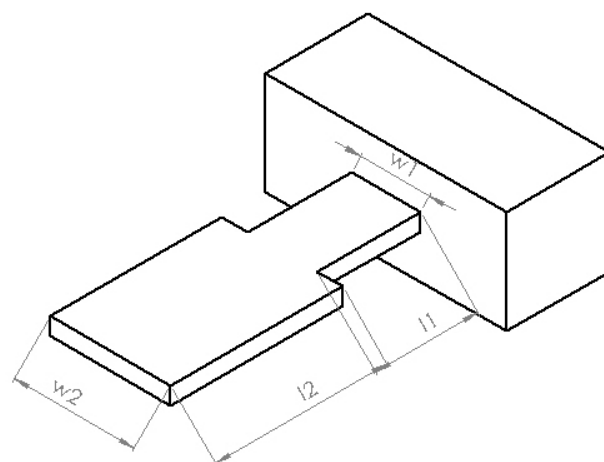


Fig.1 Schița microgrinzii studiate

Materialul utilizat cel mai frecvent pentru realizarea microgrinzilor din componența senzorilor MEMS este siliciul, un material anizotrop cu proprietăți elastice diferite în funcție de direcțiile de cristalizare și tehnologia de obținere a microstructurii.

În lucrare se determină frecvențele de rezonanță și modurile proprii de vibrație ale microgrinzilor MEMS în consolă, cu structură complexă - forma T/cu paletă, prin metode analitice de calcul, bazate pe metoda Mohr-Maxwell, și prin simulare numerică, folosind metoda elementelor finite.

<sup>1</sup>Anul III, Specializarea Mecanică Fină și Nanotehnologii, Facultatea Inginerie Mecanică și Mecatronică; E-mail: suceveanustefancatalin@gmail.com

<sup>2</sup>Anul IV, Specializarea Mecanică Fină și Nanotehnologii, Facultatea Inginerie Mecanică și Mecatronică;

Rezultatele obținute prin simularea numerică au fost comparate cu cele obținute prin calcul analitic, constatându-se o bună concordanță a acestora. Au fost comparate microgrinzi cu dimensiuni diferite și s-au ales două modele optimizate pentru aplicații de tip senzori de gaze.

## 2.CALCUL ANALITIC

În [1] se folosește metoda integrării ecuației diferențiale a fibrei medii deformate cu impunerea condițiilor la limită și a condițiilor de continuitate pentru calculul deplasării statice din relația de determinare a frecvenței fundamentale a microgrinzii omogene, cu secțiune variabilă în trepte (Fig.1). În [2] se ajunge la același rezultat folosind metoda Castigliano.

$$\delta_{st} = \frac{\partial U}{\partial P} \quad (1)$$

unde:  $U$  - energia potențială de deformație înmagazinată de microgrindă;  $P$  - sarcina aplicată.

Ambele metode sunt laborioase. În această lucrare se propune folosirea metodei Mohr Maxwell [3], potrivit căreia deplasarea statică se calculează cu relația:

$$\delta_{st} = \int_{l_1} \frac{M(x)m(x)}{EI_1} + \int_{l_2} \frac{M(x)m(x)}{EI_2} \quad (2)$$

Schema de calcul este prezentată în figura 2a, pe care s-au reprezentat diagramele de momente încovoietoare corespunzătoare sistemului primar (M) și sistemului secundar (m).  $EI_y$  este rigiditatea la încovoiere a microgrinzii cu secțiunea variabilă în trepte, deoarece pe porțiunile cu lungime  $l_1$  și  $l_2$ , secțiunile sunt diferite, conform figurilor 2b și 2c.

În figura 2d este reprezentată secțiunea transversală pe porțiunea cu lungimea  $l_2$  neomogenă, cu depuneri

de  $SiO_2$  și SU-8 în vederea utilizării microgrinzii pentru adsorbție de gaze.

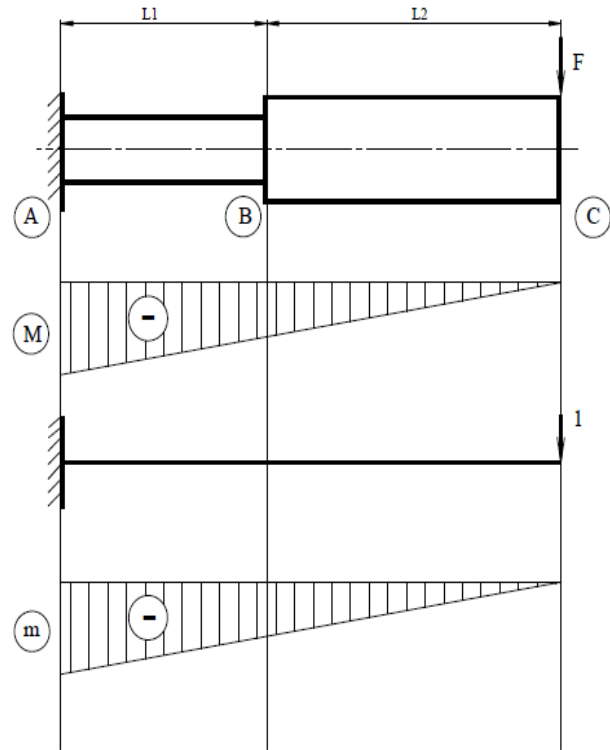


Fig.2a, Modelul de calcul al deplasării statice cu metoda Mohr-Maxwell

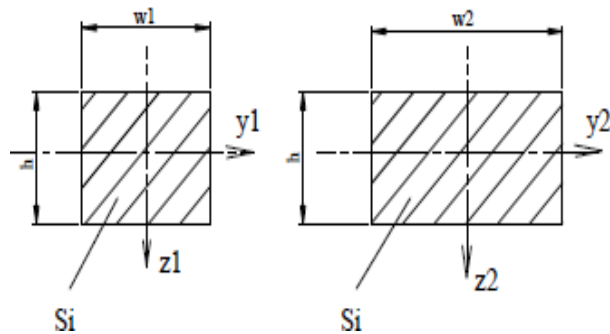


Fig.2b

Fig.2c

Secțiunile transversale ale microgrinzii omogene pe lungimea  $l_1$  (b) și  $l_2$ (c)

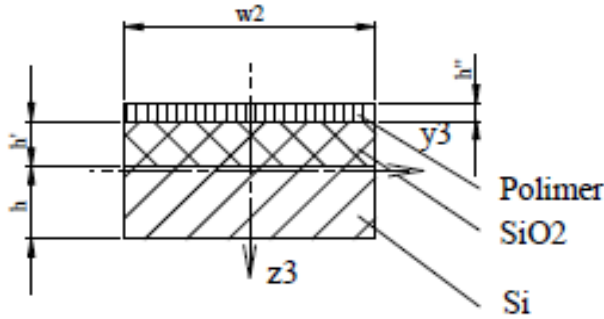


Fig.2d Secțiunea transversală ale microgrinzii neomogenă omogene pe  $l_2$

În lucrare se propune generalizarea metodei de calcul al deplasării statice și în cazul microgrinzii neomogene.

Se folosește tot metoda Mohr Maxwell, înlocuind în relația (2) rigiditatea  $EI_2$  cu  $EI_2^*$ , reprezentând rigiditatea echivalentă pe porțiunea stratificată a microgrinzii.

Pentru această porțiune relațiile de calcul pentru centrul de greutate și rigiditatea echivalentă sunt cele de la barele neomogene solicitate la încovoiere [3]:

$$z_G = \frac{\sum_{i=1}^3 E_i A_i z_i}{\sum_{i=1}^3 E_i A_i} \quad (3)$$

$$EI_2^* = \sum_{i=1}^3 E_i I_i \quad (4)$$

Folosind relațiile (1-4) rezultă următoarele expresii ale săgeții statice:

- pentru microgrinzi omogene

$$\delta_{st} = \frac{4F}{Eh^3} \left[ \frac{w_2 (l_1^3 + 3l_1 l_2 (l_1 + l_2)) + w_1 l_2^3}{w_1 w_2} \right] \quad (5)$$

- pentru microgrinzi neomogene:

$$\delta_{st} = \frac{F}{3E} \left( \frac{l_1^3 + 3l_2^2 l_1 + 3l_1^2 l_2}{I_1} + \frac{l_2^3}{I_2^*} \right) \quad (6)$$

Frecvența proprie fundamentală este dată de relația:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{0.24m}} \quad (7)$$

unde:

$k$  – este constanta elastică a microgrinzii, data de relația:

$$k = \frac{F}{\delta_{st}} \quad (8)$$

$m$  – masa barei:

- pentru microgrinda omogenă:

$$m = (w_1 h l_1 + w_2 h l_2) \rho_{si} \quad (9)$$

- pentru microgrinda neomogenă:

$$m = \rho_{Si} h (w_1 l_1 + w_2 l_2) + \rho_{SiO_2} w_2 h_2 l_2 + \rho_{polimer} w_2 h_s l_2 \quad (10)$$

În final, se obține :

- pentru microgrindă omogenă

$$k = \frac{Eh^3}{4} \left[ \frac{w_1 w_2}{w_2 (l_1^3 + 3l_1 l_2 (l_1 + l_2)) + w_1 l_2^3} \right] \quad (11)$$

- pentru microgrindă neomogenă

$$k = \frac{3E}{\frac{l_1^3 + 3l_2^2 l_1 + 3l_1^2 l_2}{I_1} + \frac{l_2^3}{I_2^*}} \quad (12)$$

### 3. SIMULAREA NUMERICĂ

Pentru validarea calculului analitic s-a efectuat o simulare numerică pentru structurile studiate.

Au fost considerate mai multe valori ale parametrilor geometrici  $w_1$ ,  $w_2$  (lățimile grinzii) și  $l$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  (lungimile grinzii).

Calculul s-a efectuat cu metoda elementelor finite în programul SolidWorks/CosmosM/GeoSTAR256.

Pentru microgrinda din siliciu (omogenă) s-au utilizat 2 modele de calcul, discretizarea structurii fiind realizată fie cu elemente de placa subțire (SHELL4), fie cu elemente de solid cu 8 noduri pe element (SOLID 8-20).

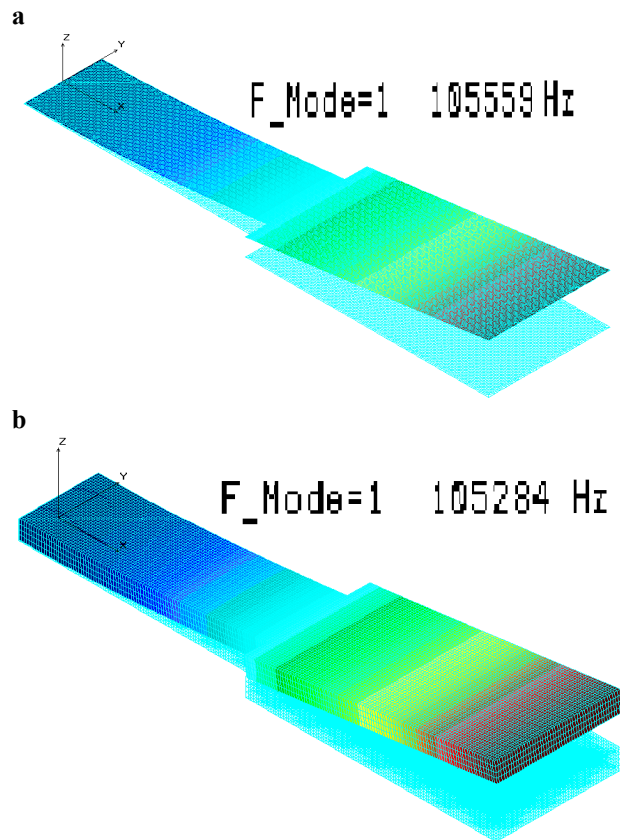
Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelele 2 și 3 și figurile 3, respectiv 4 pentru cele două seturi de valori luate în calcul.

**Tabelul 2** Rezultatele obținute pentru  $l=400 \mu\text{m}$ ,  $w_1=64 \mu\text{m}$  și  $w_2=100 \mu\text{m}$

$l_2 [\mu\text{m}]$	Frecvența fundamentală [kHz]		
	Analitic	MEF SHELL	MEF SOLID
100	110.81	109.92	109.7
200	107.99	105.55	105.28
240	109.32	106.06	105.72
350	120.18	115.56	114.68

S-a constatat că ambele modele de calcul conduc la valori foarte apropiate pentru frecvențele proprii corespunzătoare primelor cinci moduri de vibrație.

De asemenea, frecvențele proprii fundamentale calculate analitic au valori superioare celor calculate numeric, dar diferențele se încadrează în intervalul 5-10%.



**Fig. 3** Modul 1 de vibrație pentru  $l_2=200 \mu\text{m}$ ,  $w_1=64 \mu\text{m}$  și  $w_2=100 \mu\text{m}$ , a. Model SHELL, b. Model SOLID

**Tabelul 3** Rezultatele obținute pentru  $l=200 \mu\text{m}$ ,  $w_1=32 \mu\text{m}$  și  $w_2=50 \mu\text{m}$

$l_2 [\mu\text{m}]$	Frecvența fundamentală [kHz]		
	Analitic	MEF SHELL	MEF SOLID
60	437.57	432.83	430.73
100	431.98	421.92	419.51
120	437.29	428.92	421.11
150	454.86	437.06	433.04

Proprietățile materialelor sunt prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4 Constantele elastice ale materialelor

Material	E [GPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Siliciu	165	0.22	2330
SiO <sub>2</sub>	70	0.17	2200
Polimer (SU-8)	4.4	0.22	1190

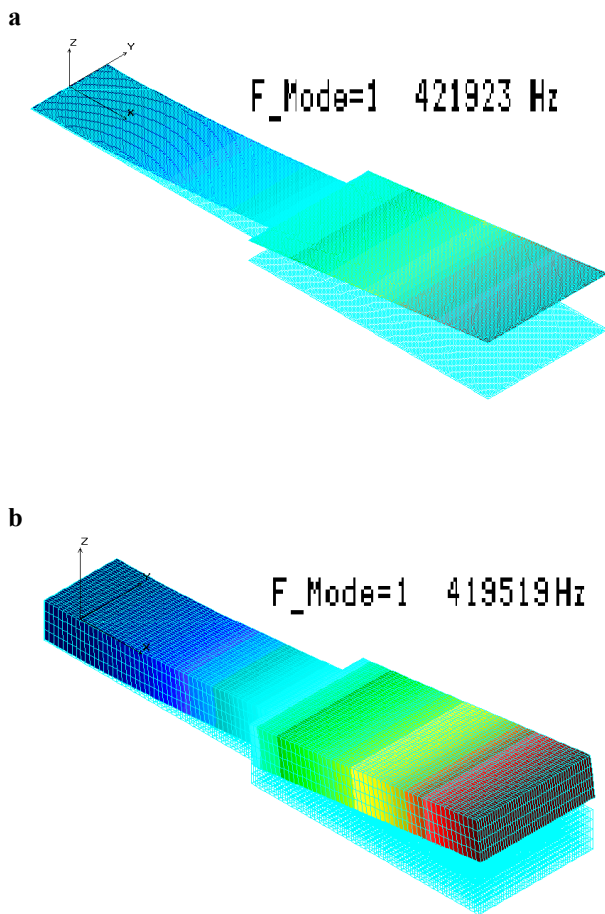


Fig. 4 Modul 1 de vibrație pentru  $l_2=100 \mu\text{m}$ ,  $w_1=32 \mu\text{m}$  și  $w_2=50 \mu\text{m}$ , a. Model SHELL, b. Model SOLID

Pe baza valorilor din tabellele 2 și 3 s-au trasat diagramele din figurile 5 și 6.

Se constată ca pentru ambele seturi de valori frecvența fundamentală este minimă pentru un raport  $l_2/l$  cuprins în intervalul 0,55-0,58.

O posibilă aplicație a microginzilor o reprezintă senzorii de gaze. Aceștia sunt compunși dintr-o microgrindă de siliciu pe care sunt depuse selectiv un strat de dioxid de siliciu (SiO<sub>2</sub>) și un polimer calibrat pentru detectarea unui anumit gaz.

Au fost analizate numeric două variante geometrice optime cu raportul  $l_2/l=0,55$ , pentru fiecare din cele două seturi de lungimi analizate anterior, pe care s-au depus un strat de dioxid de siliciu(SiO<sub>2</sub>) cu grosimea  $h'=1,7 \mu\text{m}$  și un strat de polimer(SU-8) cu grosimea  $h''=4 \mu\text{m}$ .

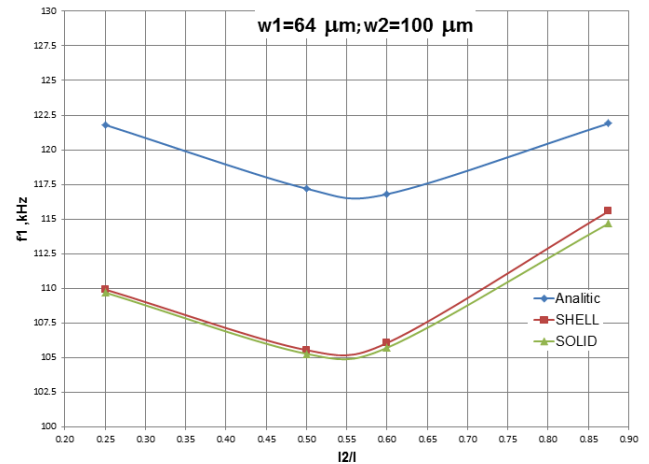


Fig. 5 Variația frecvenței fundamentale în funcție de  $l_2/l$  pentru primul set de dimensiuni

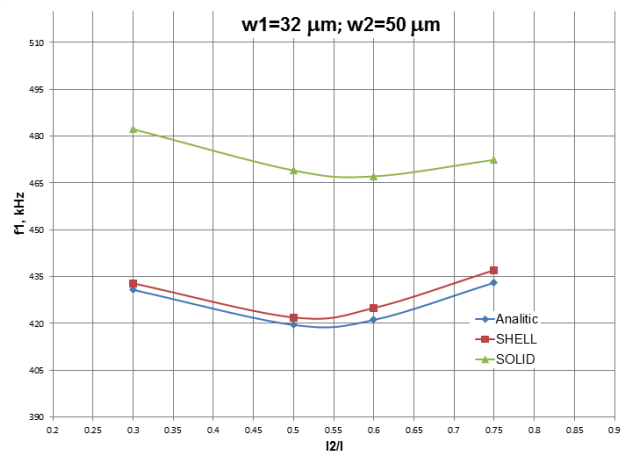


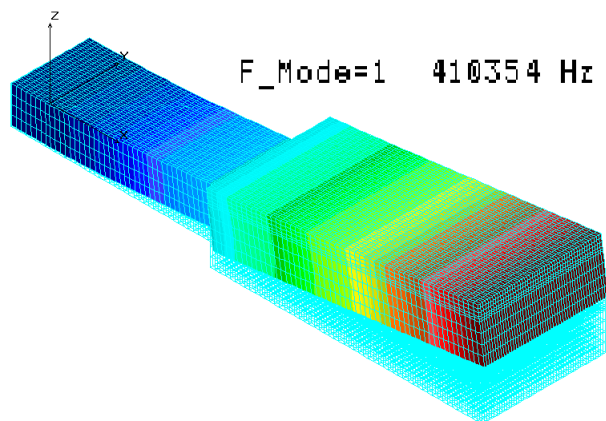
Fig. 6 Variația frecvenței fundamentale în funcție de  $l_2/l$  pentru cel de al doilea set de dimensiuni

Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul 5.

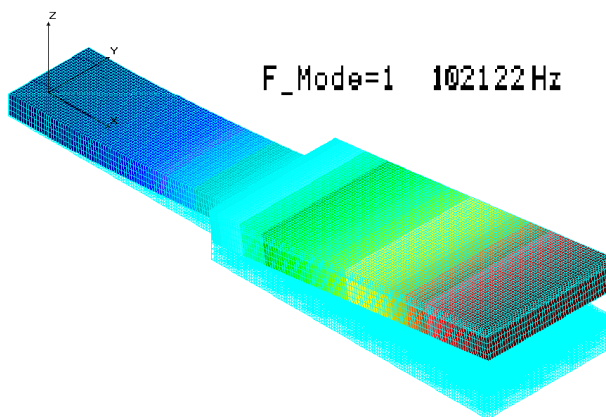
Valorile obținute prin calcul analitic și numeric sunt în bună concordanță. În figurile 7 și 8 s-au reprezentat modurile proprii fundamentale pentru lungimea totală  $l=200 \mu\text{m}$ , respectiv  $l=400 \mu\text{m}$ .

**Tabelul 5** Rezultatele obținute pentru microgrinda senzor cu raportul lungimilor  $l_2/l=0,55$

l [ $\mu\text{m}$ ]	Frecvențe [kHz]	
	Analitic	MEF SOLID
200	426,269	410,354
400	106,567	102,122



**Fig. 7** Modul 1 de vibrație pentru microgrinda cu polimer de detectare a gazului cu  $l_2=200 \mu\text{m}$



**Fig. 8** Modul 1 de vibrație pentru microgrinda cu polimer de detectare a gazului cu  $l_2=400 \mu\text{m}$

#### 4. CONCLUZII

- Pentru microgrinzile omogene din siliciu metoda de calcul analitic a fost validată prin calcul numeric utilizând 2 modele diferite de discretizare (SHELL și SOLID).
- Pentru microgrinzile omogene se poate utiliza modelul SHELL, care necesită un efort de calcul mai mic decât cel spațial.
- Metoda de calcul analitic validată pentru grinzile omogene a fost extinsă și în cazul unor microgrinzi cu porțiuni neomogene. Determinarea frecvenței fundamentale se face cu o precizie foarte bună.
- Calculul analitic permite identificarea configurațiilor optime ale microgrinzilor, în funcție de domeniul lor de utilizare.
- Metoda elementelor finite permite determinarea și a frecvențelor proprii superioare celei fundamentale precum și a modurilor proprii de vibrație corespunzătoare, pentru configurațiile optimizate prin calcul analitic.

#### 5. BIBLIOGRAFIE:

- [1] Margarita Narducci, Eduard Figueras, Isabel Garcia, Luis Fonseca, Joaquin Santander, Carles Cane(2007) - „Modeling of T-shaped cantilevers resonators”
- [2] Marius Puștan, Ovidiu Belcin, Jean-Claude Golinval(2011) - „Dynamic investigations of paddle MEMS cantilevers used in mass sensing applications”
- [3] Ioan Mincă, Costică Atanasiu, Adriana Sandu, Marin Sandu, Editura Tehnică (1998) - „Rezistența materialelor”
- [4] Gheorghe Buzdugan, Lucia Fetcu, Mircea Radeș, Editura Academiei (1975) - „Vibrațiile sistemelor mecanice”