

CONTRIBUȚII PRIVIND STUDIUL STRUCTURAL – CINEMATIC ȘI MODELAREA UNUI SISTEM MECANIC

BĂNICĂ (NICULAE) Elisabeta¹

Conducători științifici: Ș.l.dr.ing. **Ileana DUGĂEȘESCU**, Prof.dr.ing. Adriana COMĂNESCU

REZUMAT: Analiza structurală a unui sistem mecanic are ca scop elaborarea modelului structural. Dintr-un lanț cinematic fundamental plan se poate obține modelul structural al unui mecanism. Prin analiza cinematică se determină pozițiile, vitezele și accelerațiile la elementele mecanismului, pentru poziții ale elementului conducător. Modelarea unui sistem mecanic se realizează prin studiul structural și cinematic al unui mecanism patrulater-pantograf, prin folosirea unui software specializat.

CUVINTE CHEIE: maximum 5, conform subiectului lucrării

1 INTRODUCERE

Mecanismul este un sistem tehnic, alcătuit din mai multe piese mobile și fixe, care sunt angrenate între ele în așa fel încât unele elemente mobile, îmbinate cu altele fixe, conferă mobilitate întregului sistem, transferând mișcarea de la elementul conducător la elementul condus. Elementele mecanismului sunt numite elemente cinematice, iar legăturile dintre acestea sunt numite cuple cinematice.

Mecanismele pot acționa fie independent, sau în cadrul unor mecanisme complexe numite mașini.

Cinematica mecanismelor are ca obiect de studiu determinarea pozițiilor, vitezelor și accelerațiilor elementelor conduse fără a ține seama de forțele care le condiționează mișcarea. În toate cazurile se consideră cunoscută mișcarea elementului sau elementelor conducătoare. Având în vedere faptul că mecanismele se pot descompune în grupe structurale, analiza cinematică se reduce la studiul acestor grupe în scopul determinării:

- pozițiilor mecanismului pentru poziții date ale elementelor conducătoare;
- traiectoriilor unor puncte de pe mecanism pentru întregul ciclu;
- vitezelor și accelerațiilor unor puncte de pe mecanism;
- vitezelor și accelerațiilor unghiulare ale elementelor conduse;

¹ Specializarea Modelarea și Simularea Sistemelor Mecanice Mobile, Facultatea IMST;

E-mail: banicaelisabeta29@yahoo.com;

2 MODELAREA STRUCTURAL- CINEMATICĂ A UNUI SISTEM MECANIC

2.1 Analiza structurală a unui sistem mecanic

În figura 2.1 este prezentată schema cinematică a unui sistem mecanic.

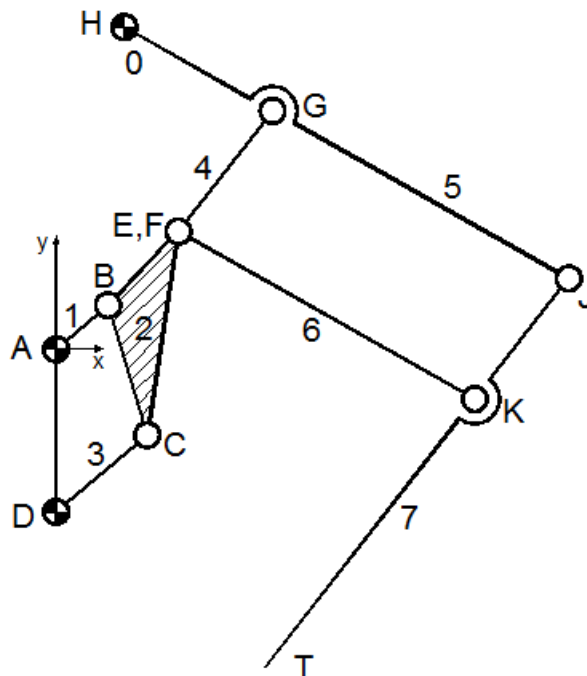


Fig. 1 - Schema cinematică a unui sistem mecanic

2.1.1. Identificarea elementelor cinematice

Mecanismul din figura 2.1 se compune din următoarele elemente cinematice:

0 – element fix (batiu)	4 - bielă
1 - manivelă	5 – balansier
2 - bielă	6 - bielă
3 - balansier	7 – end-effector

Sistemul mecanic este format din sapte elemente cinematice mobile ($m = 7$) și un element cinematic fix, numit batiu.

2.1.2. Identificarea cuplelor cinematice

Sistemul mecanic are în componența sa zece cuple cinematice inferioare ($i = 10$). Cuplele cinematice din structura acestui sistem mecanic (figura 2.1) sunt cuple de rotație. În punctul E, F sunt suprapuse două cuple de rotație.

2.1.3. Gradul de mobilitate al sistemului mecanic

În cazul mecanismelor plane relația de calcul a gradului de mobilitate este:

$$M = 3 \cdot m - 2 \cdot i - s \quad (1)$$

în care:

M – are ca semnificație fizică numărul gradelor de libertate al sistemului în raport cu elementul fix sau considerat fix;

n – numărul total al elementelor cinematice;

m – numărul elementelor cinematice mobile;

$$m = n - 1$$

i – numărul cuplelor cinematice de rotație sau de translație care intră în componența respectivului mecanism;

s - numărul cuplelor cinematice superioare din sistem.

În acest caz gradul de mobilitate este:

$$M = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0$$

$$M = 1$$

Gradul de mobilitate (M) al mecanismului este unitar și reprezintă numărul de elemente conducătoare (motoare). Rezultă astfel că sistemul mecanic este desmodrom, ceea ce reprezintă faptul că, dacă se cunoaște poziția elementului motor, atunci se poate determina exact poziția celorlalte elemente din componența mecanismului.

Elementul 1 și cupla cinematică A formează grupa modulară activă inițială.

2.1.4. Elaborarea modelului structural asociat schemei cinematice

Modelul structural este o reprezentare simbolică a mecanismelor care ține seama de clasa elementelor cinematice și de modul de legătură al elementelor cinematice prin intermediul cuplelor cinematice. Modelul structural asociat schemei cinematice din figura 2.1 este prezentată în figura 2.2.

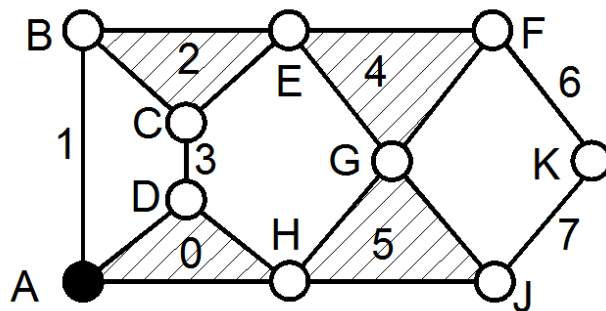


Fig. 2 Modelul structural asociat schemei cinematice din figura 2.1

2.1.5. Identificarea grupelor cinematice din componența schemei structurale

Modelul structural are în componența sa o grupă modulară activă inițială și trei grupe modulare pasive de tip diadă.

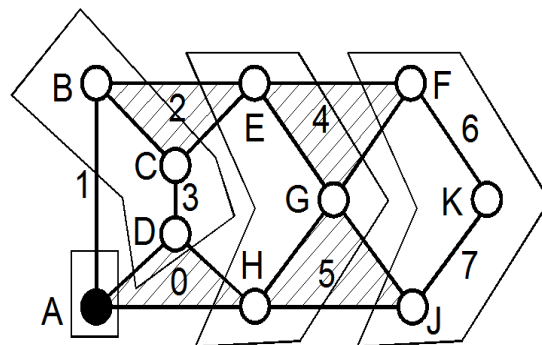


Fig. 3 Modelul structural asociat schemei cinematice din figura 1

$$GMAI(A,1) - RRR(2,3) - RRR(4,5) - RRR(6,7)$$

2.2 Analiza cinematică a unui sistem mecanic

Prin analiza cinematică se determină pozițiile elementelor și a traiectoriilor pe care le descriu punctele acestora, se determină vitezele și accelerațiile unghiulare și vitezele și accelerațiile liniare ale punctelor elementelor.

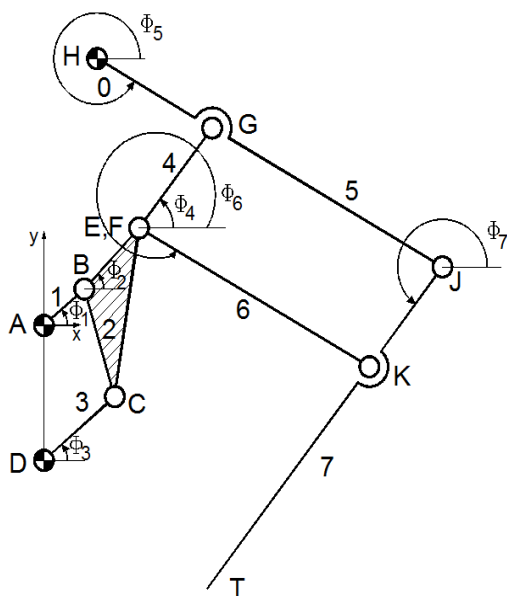


Fig. 4 Schema cinematică a unui sistem mecanic

2.2.1 Grupa modulară activă

În figura 5 este prezentată grupa modulară activă. Aceasta este alcătuită din cupla A și elementul 1.

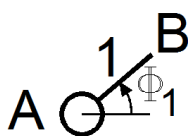


Fig. 5. Grupa modulară activă GMAI

Parametri dependenți de poziție:

$$XB_k := XA + AB \cdot \cos(\phi_{1k})$$

$$YB_k := YA + AB \cdot \sin(\phi_{1k})$$

(2)

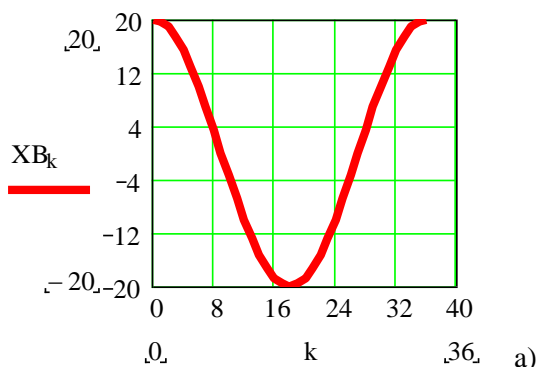


Fig.6. Parametri dependenți de poziție

Parametri dependenți de viteze:

$$X1B_k := -\omega_1 \cdot AB \cdot \sin(\phi_{1k})$$

(3)

$$Y1B_k := \omega_1 \cdot AB \cdot \cos(\phi_{1k})$$

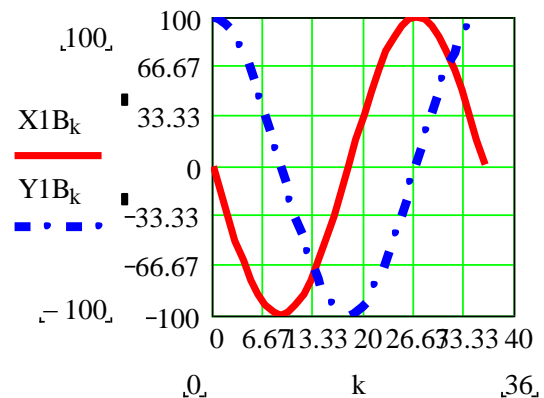
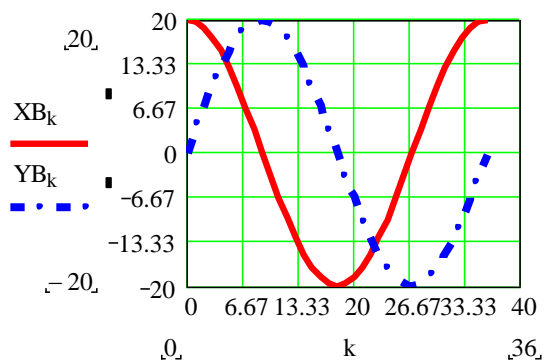


Fig. 7. Parametri dependenți de viteze

Parametri dependenți de accelerații:

$$X2B_k := -\omega_1^2 \cdot AB \cdot \cos(\phi_{1k})$$

(4)

$$Y2B_k := -\omega_1^2 \cdot AB \cdot \sin(\phi_{1k})$$

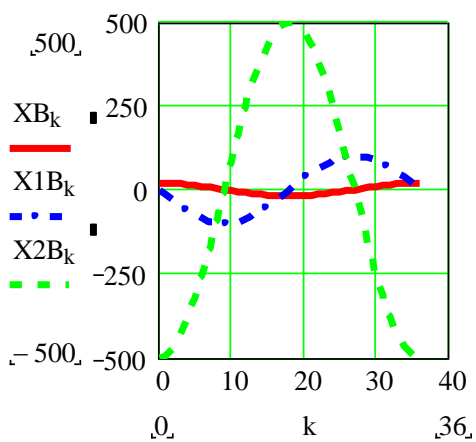
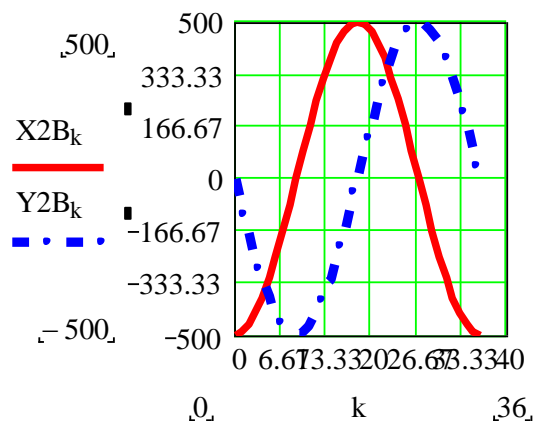


Fig. 8. Parametri dependenți de accelerații

2.2.2 Diada RRR(2,3)

Aceasta este alcătuită din elementele 2 și 3 și din cuplurile cinematice potențiale D și E.

$$\phi_{20} := 5$$

$$\phi_{30} := 55$$

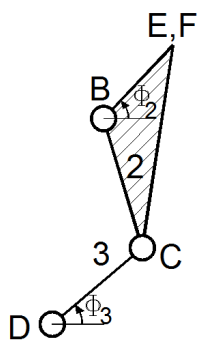


Fig. 9. Grupa modulara pasiva RRR

Parametri dependenți de poziție:

$$XB_k - XD + BC \cdot \cos(\phi_2) - DC \cdot \cos(\phi_3) = 0$$

$$YB_k - YD + BC \cdot \sin(\phi_2) - DC \cdot \sin(\phi_3) = 0 \quad (5)$$

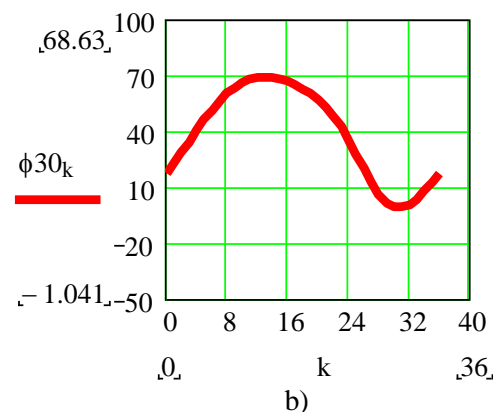
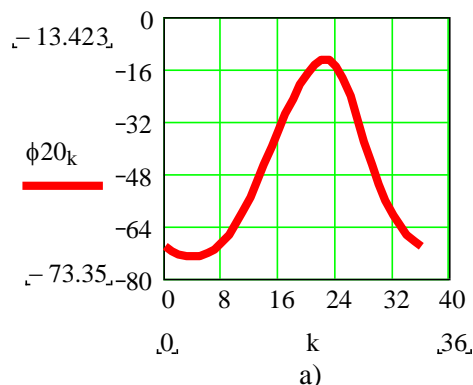


Fig.10. Parametri dependenți de poziție

Parametri dependenți de viteze:

$$A_k := \begin{pmatrix} -BC \cdot \sin(\phi_{2k}) & DC \cdot \sin(\phi_{3k}) \\ BC \cdot \cos(\phi_{2k}) & -DC \cdot \cos(\phi_{3k}) \end{pmatrix}$$

$$C_k := \begin{bmatrix} -(X1B_k - 0) \\ -(Y1B_k - 0) \end{bmatrix}$$

(6)

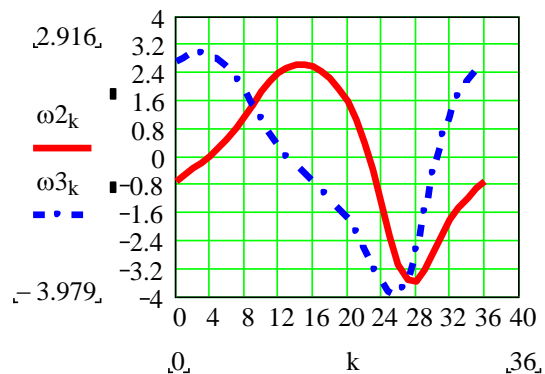


Fig. 11. Parametri dependenți de viteze

Parametri dependenți de accelerații:

$$D_k := \begin{bmatrix} -[X2B_k - 0 - BC \cdot (\omega2_k)^2 \cdot \cos(\phi2_k) + DC \cdot (\omega3_k)^2 \cdot \cos(\phi3_k)] \\ -[Y2B_k - 0 - BC \cdot (\omega2_k)^2 \cdot \sin(\phi2_k) + DC \cdot (\omega3_k)^2 \cdot \sin(\phi3_k)] \end{bmatrix} \quad (7)$$

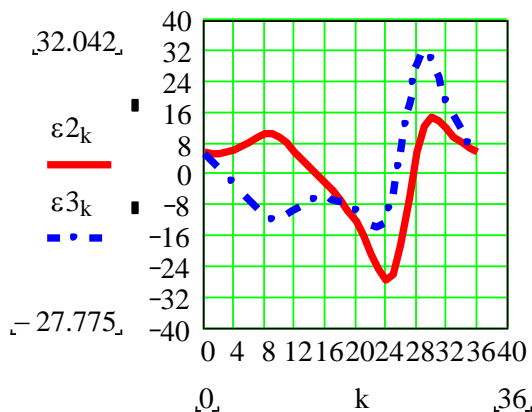


Fig. 12. Parametri dependenți de accelerații

2.2.3 BPT pentru E

Parametri dependenți de poziție:

$$XE_k := XB_k + BE \cdot \cos\left(\phi2_k + 85 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$YE_k := YB_k + BE \cdot \sin\left(85 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad (8)$$

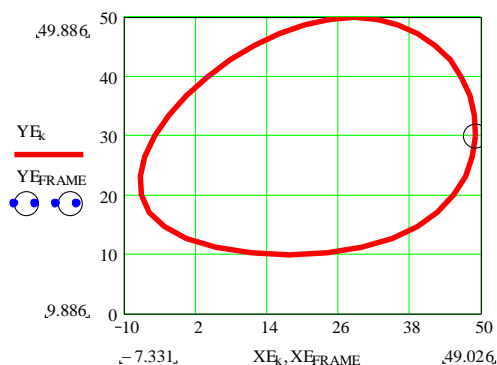


Fig.13. Traectoria punctului E

Parametri dependenți de poziție:

$$XF_k := XE_k$$

$$YF_k := YE_k \quad (9)$$

Parametri dependenți de viteze:

$$X1E_k := X1B_k - BE \cdot \omega2_k \cdot \sin\left(\phi2_k + 85 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$Y1E_k := Y1B_k + BE \cdot \omega2_k \cdot \cos\left(85 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad (10)$$

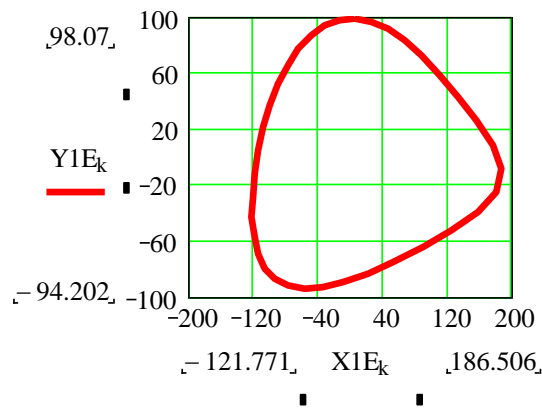


Fig. 14. Hodograful de viteze al punctului E

Parametri dependenți de accelerații:

$$X2E_k := X2B_k - BE \cdot (\omega2_k)^2 \cdot \cos\left(\phi2_k + 85 \cdot \frac{\pi}{180}\right) - BE \cdot \varepsilon2_k \cdot \sin\left(\phi2_k + 85 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$Y2E_k := Y2B_k - BE \cdot (\omega2_k)^2 \cdot \sin\left(85 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + BE \cdot \varepsilon2_k \cdot \cos\left(85 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad (11)$$

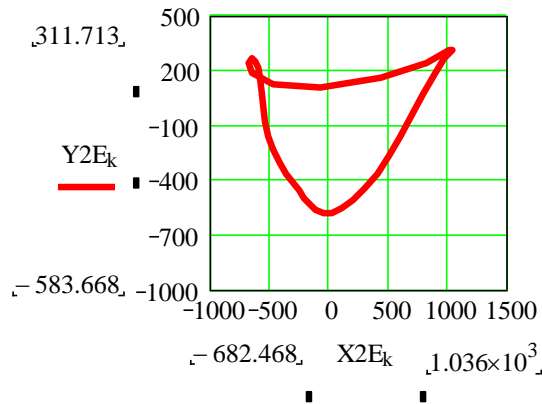


Fig. 15. Hodograful de accelerații al punctului E

$$XF_k := XE_k \quad X1F_k := X1E_k \quad X2F_k := X2E_k$$

$$YF_k := YE_k \quad Y1F_k := Y1E_k \quad Y2F_k := Y2E_k$$

2.2.4 Diada RRR(4,5)

Aceasta este alcătuită din elementele 4 și 5 și din cuplurile cinematice potențiale D și E.

$$\phi40 := 45 \quad \phi50 := 280$$

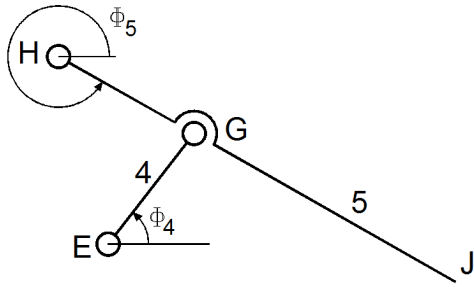


Fig. 16. Grupa modulara pasiva RRR

Parametri dependenți de poziție:

$$\begin{aligned} XE_k - XH + EG \cdot \cos(\phi_4) - HG \cdot \cos(\phi_5) &= 0 \\ YE_k - YH + EG \cdot \sin(\phi_4) - HG \cdot \sin(\phi_5) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

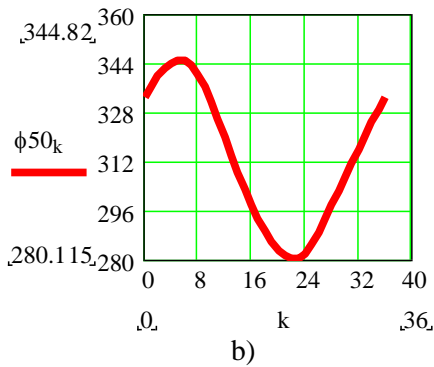
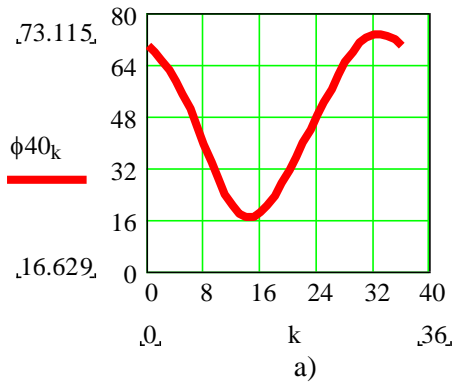


Fig.17. Parametri dependenți de poziție

Parametri dependenți de viteze:

$$\begin{aligned} A_k &:= \begin{bmatrix} -EG \cdot \sin(\phi_{4k}) & HG \cdot \sin(\phi_{5k}) \\ EG \cdot \cos(\phi_{4k}) & -HG \cdot \cos(\phi_{5k}) \end{bmatrix} \\ C_k &:= \begin{bmatrix} -(X1E_k - 0) \\ -(Y1E_k - 0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

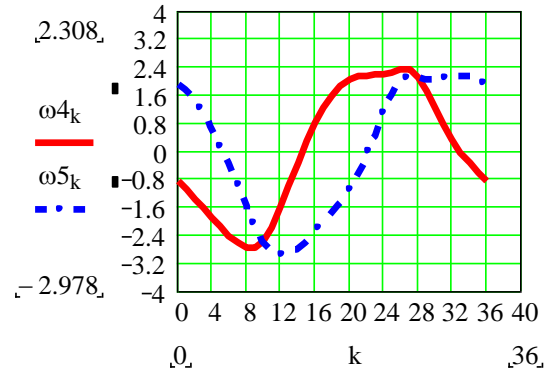


Fig. 18. Parametri dependenți de viteze

Parametri dependenți de accelerații:

$$D_k := \begin{bmatrix} -[X2E_k - 0 - EG \cdot (\omega_{4k})^2 \cdot \cos(\phi_{4k}) + HG \cdot (\omega_{5k})^2 \cdot \cos(\phi_{5k})] \\ -[Y2E_k - 0 - EG \cdot (\omega_{4k})^2 \cdot \sin(\phi_{4k}) + HG \cdot (\omega_{5k})^2 \cdot \sin(\phi_{5k})] \end{bmatrix} \quad (14)$$

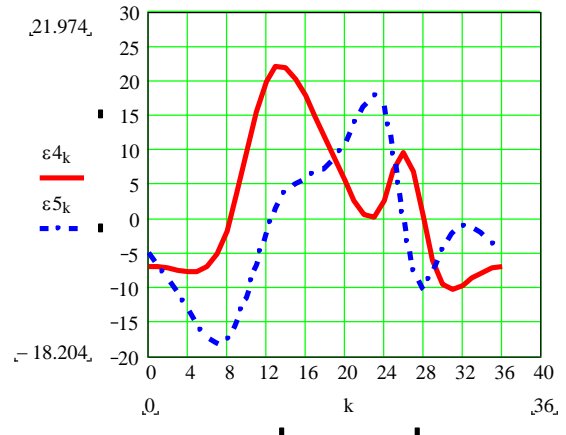


Fig. 19. Parametri dependenți de accelerații

2.2.5 BPT pentru J

Parametri dependenți de poziție:

$$XJ_k := XH + HJ \cdot \cos(\phi_{5k})$$

$$YJ_k := YH + HJ \cdot \sin(\phi_{5k}) \quad (15)$$

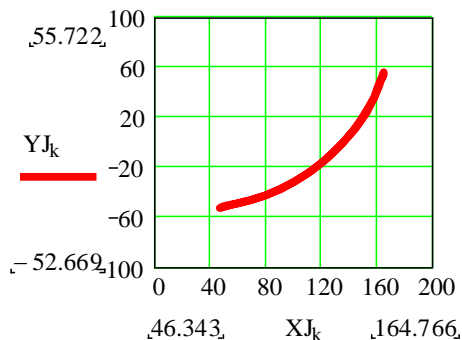


Fig. 20. Traectoria punctului J

Parametri dependenți de viteze:

$$X1J_k := -\omega_{5k} \cdot HJ \cdot \sin(\phi_{5k})$$

$$Y1J_k := \omega_{5k} \cdot HJ \cdot \cos(\phi_{5k}) \quad (16)$$

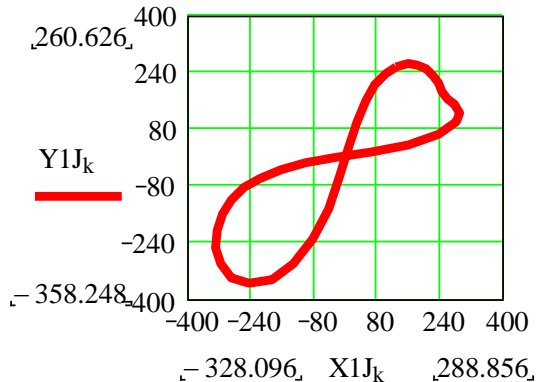


Fig. 21. Hodograful de viteze al punctului J

Parametri dependenți de accelerații:

$$X2J_k := -(\omega_{5k})^2 \cdot HJ \cdot \cos(\phi_{5k}) - \varepsilon_{5k} \cdot HJ \cdot \sin(\phi_{5k})$$

$$Y2J_k := -(\omega_{5k})^2 \cdot HJ \cdot \sin(\phi_{5k}) + \varepsilon_{5k} \cdot HJ \cdot \cos(\phi_{5k}) \quad (17)$$

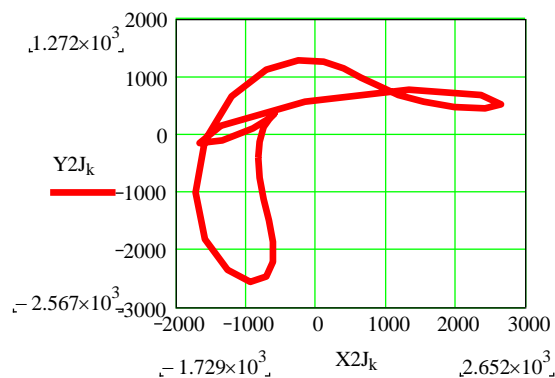


Fig. 22. Hodograful de accelerații al punctului J

2.2.6 Diada RRR(6,7)

Aceasta este alcătuită din elementele 6 și 7 și din cuplurile cinematice potențiale F și J.

$$\phi_{60} := 285$$

$$\phi_{70} := 200$$

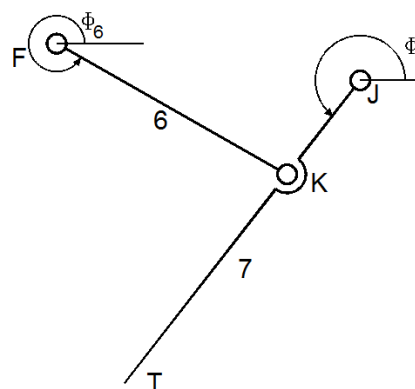


Fig. 23. Grupa modulara pasiva RRR

Parametri dependenți de poziție:

$$XF_k - XJ_k + FK \cdot \cos(\phi_6) - JK \cdot \cos(\phi_7) = 0$$

$$YF_k - YJ_k + FK \cdot \sin(\phi_6) - JK \cdot \sin(\phi_7) = 0 \quad (18)$$

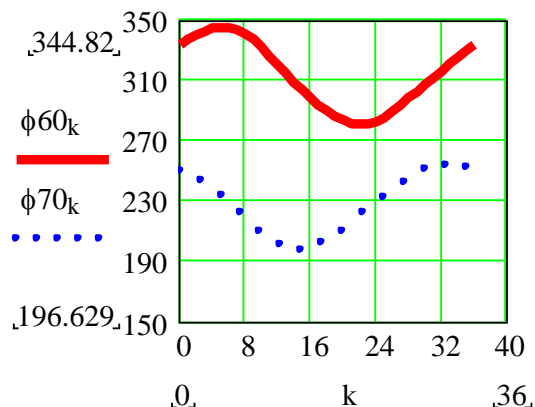


Fig. 24. Parametri dependenți de poziții

Parametri dependenți de viteze

$$A_k := \begin{pmatrix} -FK \cdot \sin(\phi_{6k}) & JK \cdot \sin(\phi_{7k}) \\ FK \cdot \cos(\phi_{6k}) & -JK \cdot \cos(\phi_{7k}) \end{pmatrix}$$

$$C_k := \begin{bmatrix} -(X1F_k - X1J_k) \\ -(Y1F_k - Y1J_k) \end{bmatrix} \quad (19)$$

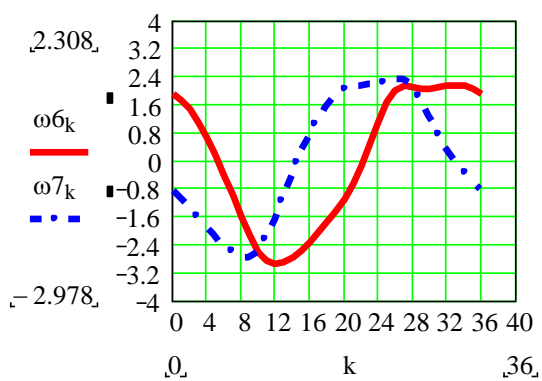


Fig. 25. Parametri dependenți de viteze

Parametri dependenți de accelerații:

$$D_k := \begin{bmatrix} -[X2F_k - X2J_k - FK \cdot (\omega_{6k})^2 \cdot \cos(\phi_{6k}) + JK \cdot (\omega_{7k})^2 \cdot \cos(\phi_{7k})] \\ -[Y2F_k - Y2J_k - FK \cdot (\omega_{6k})^2 \cdot \sin(\phi_{6k}) + JK \cdot (\omega_{7k})^2 \cdot \sin(\phi_{7k})] \end{bmatrix} \quad (20)$$

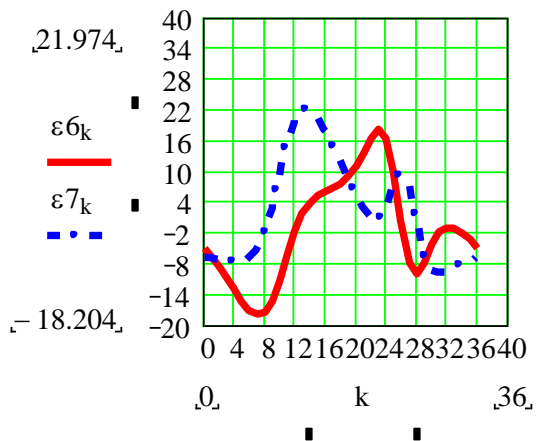


Fig. 26. Parametri dependenți de accelerații

2.2.7 Extremitatea piciorului

Parametri dependenți de poziție:

$$XT_k := XJ_k + JT \cdot \cos(\phi_{7k})$$

$$YT_k := YJ_k + JT \cdot \sin(\phi_{7k}) \quad (21)$$

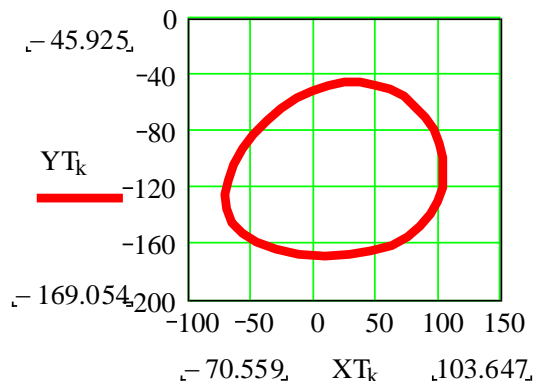


Fig. 27. Traectoria descrisa de extremitatea piciorului

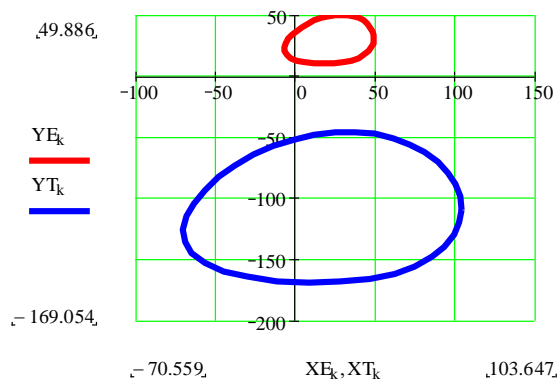
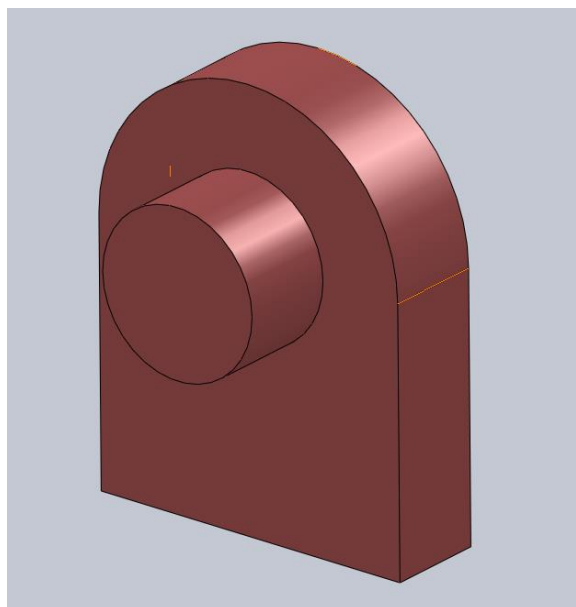


Fig. 28. Traectoriile descrise de punctele E si T

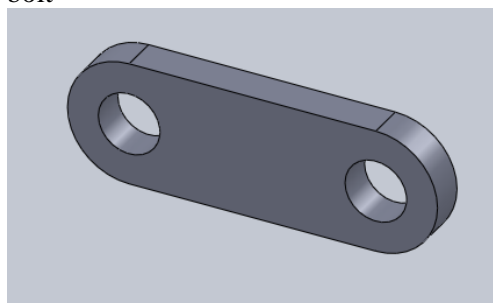
3 MODELAREA ELEMENTELOR CINEMATICE

S-a efectuat modelarea fiecărui element cinematic, s-au trasat traiectoriile și apoi s-a efectuat asamblarea finală.

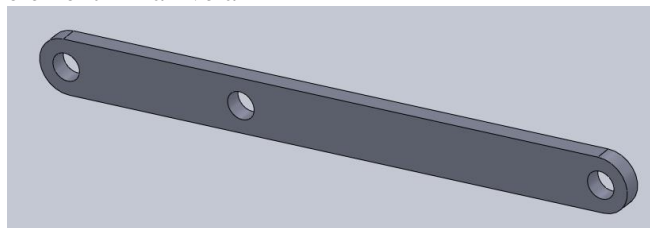
Elementele cinematice modelate sunt prezentate mai jos.



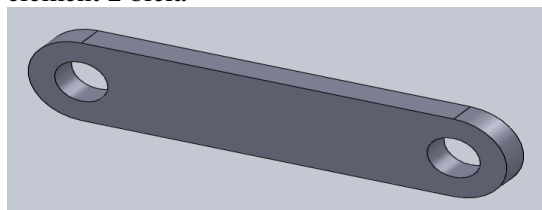
bolt



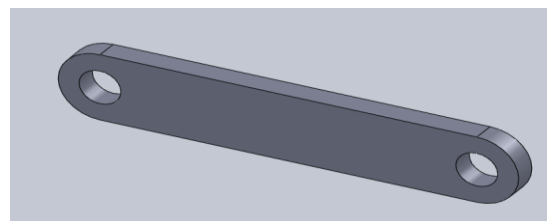
element 1 manivela



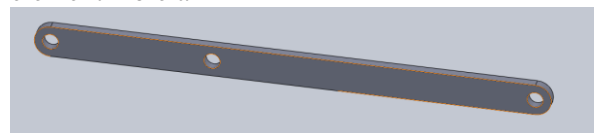
element 2 biela



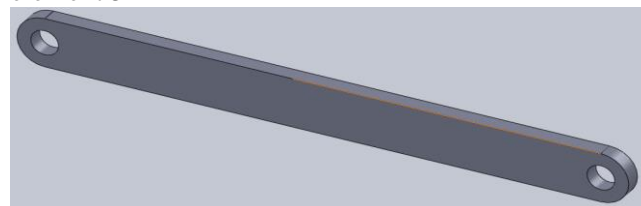
element 3 balansier



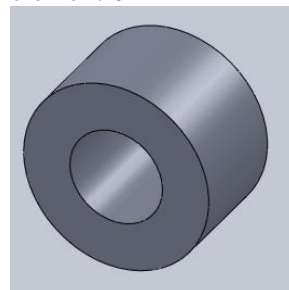
element 4 biela



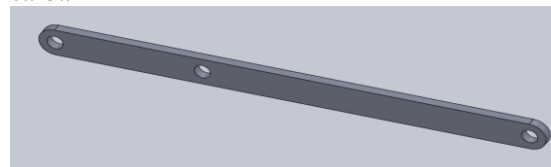
element 5



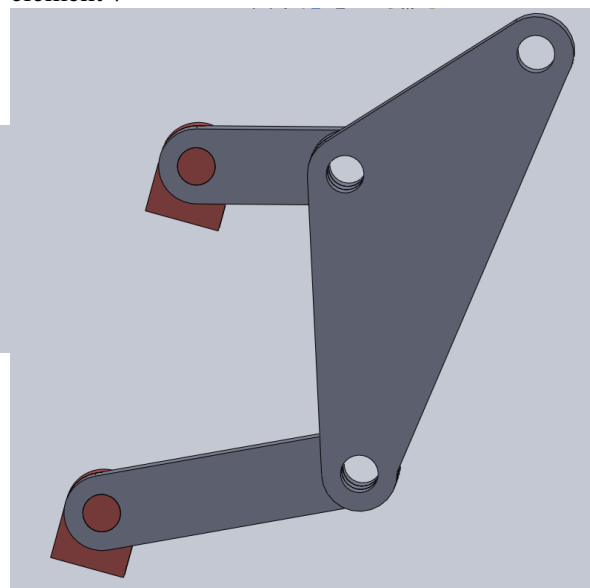
element 6



saiba



element 7



mecanismul patrulater

Fig. 29. Elementele cinematice modelate

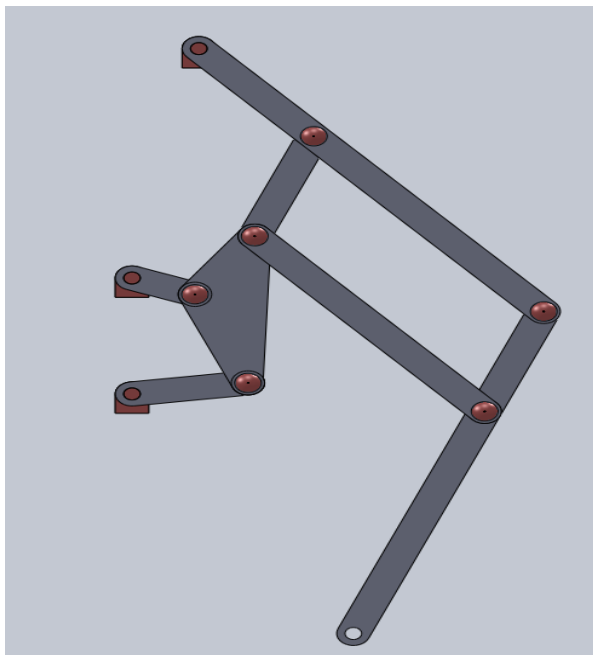


Fig. 30. Mecanismul plan

4 CONCLUZII

S-a realizat calculul parametrilor dependenți de poziție, de viteze și de accelerație pentru grupa modulară activă GMAI și pentru grupele modulare pasive de tip RRR. S-a efectuat modelarea mecanismului.

5 BIBLIOGRAFIE

- [1] Comănescu, Adr., Comanescu, D., Dugăeșescu I., Boureci, A., *Bazele modelării mecanismelor*, Editura Politehnica Press, București, 2010;
- [2] Pelecudi, Chr., Comanescu, Adr., s.a., *Analiza cinematică a mecanismelor - probleme*, UPB, 1985.
- [3] Tempea, I., Dugaesescu, I., Neacsu, M., *Mecanisme*, Ed. Printech, 2006, ISBN (10) 973-718-560-9
- [4] Tempea, I., Dugaesescu, I., *Proiectarea Mecanismelor*, Ed. Printech, 2005, ISBN 973-718-246-4

NOTAȚII

Următoarele simboluri sunt utilizate în cadrul lucrării:

X, Y - Parametri dependenți de poziție

X₁, Y₁ - Parametri dependenți de viteze

X₂, Y₂ - Parametri dependenți de accelerații